

### 特性インピーダンスの異なる伝送路の接続点の散乱係数

散乱係数を考える際に最も基本的でかつ重要な状態として、特性インピーダンスが異なる 2 つの伝送路の接続点について考える。特性インピーダンスが異なる 2 つの伝送路の接続点近傍にポート 1 側からの入射波がある場合の様子を図 1 の様である。

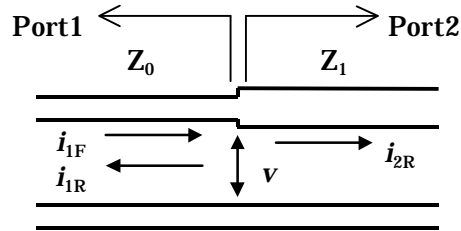


図 1 特性インピーダンス  $Z_0$  と  $Z_1$  の伝送路の接続点

まず、伝送路を伝播する電磁波の電流成分を考える。伝送路 1 を順方向および逆方向に伝播する電流をそれぞれ、 $i_{1F}$ 、 $i_{1R}$  とし、伝送路 2 を順方向に伝播する電流を  $i_{2R}$  とする。電流の連続条件は数式 1 で表される。

$$i_{1F} - i_{1R} = i_{2R}$$

数式 1

次に、電流のエネルギーが保存する条件は数式 2 のとおりである。

$$i_{1F}^2 Z_0 - i_{1R}^2 Z_0 = i_{2R}^2 Z_1$$

数式 2

最後に、この例題には不要であるが、両伝送路の境界での電圧の連続条件は、伝送路 2 には順方向電磁波(伝達波)しか存在しないことから数式 3 の様になる。

$$\frac{V}{i_{2R}} = Z_1$$

数式 3

数式 1、数式 2 から  $i_{1R}$ 、 $i_{2R}$  を求めると、数式 4、数式 5 が得られる。

$$i_{1R} = i_{1F} \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

数式 4

$$i_{2R} = i_{1F} \frac{2Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

数式 5

さて、散乱係数とは入射波に対する反射波または伝達波の割合であり、ここで言う入射波、反射波、伝達波は特性インピーダンスで正規化したものであることを考慮すると、反射係数  $S_{11}$  は数式 6、伝達係数  $S_{21}$  は数式 7で表されることがわかる。

$$S_{11} = \frac{i_{1R} \sqrt{Z_0}}{i_{1F} \sqrt{Z_0}} = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}$$

数式 6

$$S_{21} = \frac{i_{2R} \sqrt{Z_1}}{i_{1F} \sqrt{Z_0}} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_0}}{Z_1 + Z_0}$$

数式 7

今後、以上で述べた手順は繰り返し登場するので、よく覚えておいていただきたい。

**【質問】**

図 1で  $i_{2F}$ が無いのは、 $i_{2F}=0$ と考えているのでしょうか？

**【回答】**

そのとおりです。散乱係数行列の定義とも言える図 2をご覧ください。 $i_{2F}$ はポート 2側から入射する電磁波に相当しますが、これは図 2では  $a_2$ にあたります。図から明らかなように、 $a_2=0$ であれば、 $a_1$ と  $b_1$ 、 $a_1$ と  $b_2$ の関係のみからそれぞれ  $S_{11}$ 、 $S_{21}$ を決定できて簡単になりますので、このような仮定をしています。なお、現実に散乱係数行列を測定する際にはもちろん被検体を通過した電磁波( $b_2$ )がポート 2で反射して  $a_2$ になってしまいますので、これによって生じる誤差の影響を除去するために工夫が必要になります。

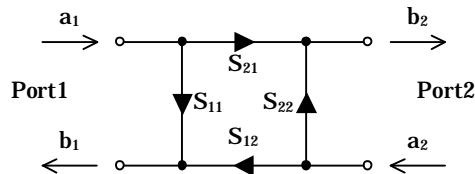


図 2 散乱係数行列の定義

【質問】

数式 6や数式 7中にいきなり $\sqrt{Z_0}$ や $\sqrt{Z_1}$ が出てきますが、これはどういう意味なのでしょう  
ようか？

【回答】

厳密な意味は専門書を参照して頂くことにしまして、ここでは「Kami のひろば」のコンセプトである「多少曖昧であっても感覚的に納得」できるような解説をすることにしましょう。

散乱係数を考える時に、電磁波の大きさを電圧だけを尺度に考えると不自然な場合があります。同じ  $1V$  の電圧振幅の電磁波であっても、特性インピーダンスが  $50\Omega$  の伝送路を伝播しているものと、 $75\Omega$  の伝送路を伝播しているものではそれぞれの電磁波が有している電力が異なるからです(前者は $\frac{1^2}{50} = 0.02 [W]$ 、後者は $\frac{1^2}{75} = 0.013 [W]$ )。

そこで、特性インピーダンスが  $Z_0$  の伝送路を伝播する電磁波の大きさを考える時に、電圧であれば $\sqrt{Z_0}$  で除したもので、電流であれば $\sqrt{Z_0}$  を乗じたもので表現することにしたのです。

この表現法は結構良く考えられています。例えば、ある伝送路を伝播する電磁波の大きさをこのように決めると、その電磁波の電圧から求めても電流から求めても同じ値になりますし(伝送路を伝播する電磁波の電圧と電流の比が特性インピーダンスであることを思い出ししょう)、 $2$  乗すると $\sqrt{Z_0}$  が消えて電圧と電流の積になりますから電力そのものを示すことになります。

なお、単位が $[\sqrt{W}]$ (電力の平方根)であることを覚えておくと良いでしょう。